УДК 621.372.5

к.т.н. Рибка С.В. (ІПМЕ НАНУ)
к.т.н. Корольов А.П. (ВІТІ)
к.т.н. Мацаєнко А.М. (ВІТІ)
к.т.н. Варава І.А. (НТУУ "КПІ")

МЕТОДИКА АВТОМАТИЗОВАНОГО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ АПРОКСИМАЦІЇ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ НА ОСНОВІ ЧАСТОТНОЇ ВИБІРКИ

Запропонована методика визначення передаточної функції цифрових смугових фільтрів на основі частотної вибірки за заданими вимогами до частотної характеристики загасання. Вона заснована на алгоритмі, що дозволяє знайти коефіцієнти передаточної функції початкового наближення і шляхом вирішення оптимізаційної задачі визначити такі значення коефіцієнтів, які забезпечують виконання заданих вимог. Критерієм оптимізації є досягнення максимального гарантованого загасання у смугах затримки при розрахованому порядку фільтра, тобто використовується мінімаксний критерій близькості. Оптимізація проводиться у просторі перехідних коефіцієнтів передаточної функції, які визначаються значенням амплітудно-частотної характеристики у перехідних смугах. Така задача є задачею нелінійного програмування. Для її вирішення застосовується найбільш зручний та достатньо простий і ефективний метод, сутність якого міститься у заміні задачі нелінійного програмування послідовністю задач лінійного програмування. Наведені приклади вирішення задачі апроксимації для різних вимог до характеристики загасання свідчать про ефективність методики. Програмна реалізація методики забезпечує автоматизоване вирішення задачі апроксимації з використанням симплекс-методу.

Рыбка С.В., Королев А.П., Мацаенко А.Н., Варава И.А. Методика автоматизированного решения задач аппроксимации цифровых фильтров на основе частотной выборки. *Предложена методика определения передаточной функции цифровых полосовых фильтров на основе частотной выборки по заданным требованиям к частотной характеристики затухания. Она основана на алгоритме, что позволяет найти коэффициенты передаточной функции начального приближения и путем решения оптимизационной задачи определить такие значения коэффициентов, которые обеспечивают выполнение заданных требований. Критерием оптимизации является достижение максимального гарантированного затухания в полосах задержки при рассчитанном порядка фильтра, то есть используется минимаксный критерий близости. Оптимизация проводится в пространстве переходных коэффициентов передаточной функции, которые определяются значениями амплитудно-частотной характеристики в переходных полосах. Такая задача является задачей нелинейного программирования. Для ее решения применяется наиболее удобный и достаточно простой и эффективный метод, сущность которого содержится в замене задачи нелинейного программирования последовательностью задач линейного программирования. Приведенные примеры решения задачи аппроксимации для различных требований к характеристике затухания свидетельствуют об эффективности методики. Программная реализация методики обеспечивает автоматизированное решение задачи аппроксимации с использованием симплекс-метода.*

S. Rybka, A. Korolyov, A. Matzaenko, I. Varava Method of automated solution of the problem of approximation of digital frequency sampling filters. *A method is proposed for determining the transfer function of digital bandpass frequency sampling filters according to specified requirements for the frequency characteristic of attenuation. It is based on an algorithm that allows you to find the coefficients of the transfer function of the initial approximation and, by solving an optimization problem, determine the values of the coefficients that satisfy the specified requirements. The optimization criterion is to achieve the maximum guaranteed attenuation in the delay bands at the calculated filter order, that is, the minimax proximity criterion is used. Optimization is carried out in the space of the transition coefficients of the transfer function, which are determined by the values of the amplitude-frequency characteristic in the transition bands. Such a task is a non-linear programming problem. To solve it, the most convenient and fairly simple and effective method is used, the essence of which is contained in replacing a nonlinear programming problem with a sequence of linear programming problems. The examples given for solving the approximation problem for different attenuation characteristic requirements indicate the effectiveness of the technique. Software implementation of the technique provides an automated solution of the approximation problem using the simplex method.*

Ключові слова: *задача апроксимації, цифрові фільтри на основі частотної вибірки, характеристика загасання, передаточна функція, симплекс-метод.*

Постановка завдання. Складні алгоритми цифрової обробки електричних сигналів є основою побудови сучасної телекомунікаційної та радіотехнічної апаратури. Цифрова фільтрація – це один з основних напрямків цифрової обробки сигналів. Вона відбувається у реальному масштабі часу і вимагає високої обчислювальної ефективності алгоритмів, на яких реалізуються фільтри. Таку ефективність мають цифрові фільтри на основі частотної вибірки (ФОЧВ). Задача проектування фільтрів вирішується у два етапи – апроксимації та реалізації. На першому етапі за заданими вимогами до частотних характеристик визначається передаточна функція (ПФ) цифрового фільтру, а на другому – визначається апаратно-програмний комплекс, який реалізує цю функцію. У статті розробляється методика автоматизованого вирішення задачі першого етапу, тобто апроксимації цифрових смугових ФОЧВ. Завдання полягає у визначенні передаточної функції таких фільтрів за заданими стандартними вимогами до характеристики загасання – це граничні частоти смуги пропускання та смуг затримки, гарантоване загасання у смугах затримки та допустима нерівномірність загасання у смузі пропускання. При цьому порядок фільтра має бути мінімальним, а загасання у смугах затримки максимальним.

Аналіз останніх публікацій. Одним з методів проектування фільтрів з кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ) є метод частотної вибірки [1 – 7] . Він полягає в отриманні коефіцієнтів передаточної функції фільтра безпосередньо з вибірок заданої амплітудно-частотної характеристики (АЧХ). Ця характеристика легко задається для смуг затримки (вона дорівнює нулю) і смуги пропускання (вона дорівнює одиниці). Тому вагові коефіцієнти ПФ, що визначаються АЧХ у смузі пропускання дорівнюють одиниці. При цьому результуюча частотна характеристика фільтра відрізняється від бажаної на інтервалах між вузлами інтерполяції. Ця різниця суттєво визначається заданими значеннями вагових коефіцієнтів у перехідних смугах (так званими перехідними коефіцієнтами [1, 6, 7]). Таким чином, основна задача апроксимації міститься у правильному виборі порядку ПФ та оптимальному визначенні перехідних коефіцієнтів. Традиційно оптимальні значення цих коефіцієнтів можна отримати з таблиць [1] або розрахувати за програмами на основі алгоритмів чисельної оптимізації [2 – 5]. Так у роботі [3] використовується метод еволюційного програмування, у роботі [2]– генетичний алгоритм (GA), у роботі [4] – метод рою частинок (PSO). В цих роботах критерієм розрахунку найчастіше є максимальне гарантоване загасання у смугах затримки. В роботах [5, 6, 7] отримані аналітичні вирази для розрахунку перехідних коефіцієнтів на основі мінімальної середньоквадратичної помилки між бажаною та результуючою частотною характеристикою фільтра у смугах затримки. Рішення задачі апроксимації за допомогою таблиць можливо лише для фільтрів, характеристики яких відповідають табличним. Для випадку задання нетабличних вимог обрані табличні рішення можуть бути далеко не оптимальними. Запропоновані оптимізаційні методи складні для програмної реалізації та потребують багато часу для пошуку оптимального рішення. Недоліком відомих методів є також відсутність чіткого алгоритму дій щодо знаходження порядку фільтра та початкових значень перехідних коефіцієнтів передаточної функції, який дав би змогу проектувальникам послідовно вирішувати задачу апроксимації і програмно реалізовувати цю методику.

Метою роботи є розробка методики автоматизованого визначення ПФ цифрових смугових ФОЧВ за заданими вимогами до характеристики загасання (ХЗ) з використанням симплекс-методу вирішення задачі лінійного програмування.

Модифікована ПФ цифрового ФОЧВ має вигляд [1]

$$H(z) = (1 \pm t \times z^{-m}) \times \frac{1}{m} \times (1 - z^{-2}) \times \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k \times (-1)^k}{(1 + b_{1k} z^{-1} + b_2 z^{-2})} \ , \quad (1)$$

де $z = e^{Jx}$, $x -$ цифрова нормована частота (рад); m — порядок гребінчастого фільтра; k — номери полюсів; n — число ланок цифрових резонаторів; t, $\frac{1}{m}$, A_k,b_{1k}, b_2 — коефіцієнти ПФ.

Призначення методики. Методика дозволяє розрахувати коефіцієнти ПФ (1) за заданими класичними вимогами до характеристики загасання. Такими вимогами є граничні частоти смуги пропускання та смуг затримки, гарантоване загасання у смугах затримки та допустима нерівномірність загасання у смузі пропускання. При цьому порядок фільтра має бути мінімальним, а загасання у смугах затримки максимальним. У смузі пропускання загасання не повинно перевищувати задане. Для розрахунку необхідно також задати параметри, що визначаються характеристиками процесора, на якому буде вирішуватись задача реалізації. Враховуючи те, що методика передбачає вирішення оптимізаційної задачі та задачі аналізу частотних характеристик, необхідно задавати параметри оптимізації та аналізу.

Вхідні дані.

Вимоги до характеристики загасання фільтра:

− нерівномірність загасання у смузі пропускання Δa;

− гарантоване загасання у смузі затримки $a_г$;

− ліва гранична частота смуги затримки x_1;

− ліва гранична частота смуги пропускання x_2;

− права гранична частота смуги пропускання x_3;

− права гранична частота смуги затримки x_4.

Вимоги до процесора:

- частота дискретизації (частота перетворення процесора) $f_д$;
- розрядність регістрів *d*.

Параметри оптимізації та аналізу:

- кількість ітерацій *Iter*;
- відносна величина прирощень перехідних коефіцієнтів для розрахунку часткових похідних ε;
- припустима величина прирощень перехідних коефіцієнтів δ;
- величина інтервалу між всіма аналізованими частотами *delta*.

Вихідні дані. Значення порядку m та коефіцієнтів A_k, b_{1k}, b_2, t, $\frac{1}{m}$ передаточної функції (1) та характеристики загасання, які забезпечуються – мінімальне гарантоване загасання у смузі затримки $a_{\min}^{(l)}$ та максимальна нерівномірність загасання у смузі пропускання $\Delta a_{\max}$.

Обмеження та припущення.

1) m, k, d – цілі позитивні числа, m – парне число;

2) A_k – дійсні позитивні числа;

2) Δa задається у дБ і має значення від 0 до 1 дБ;

3) $a_г$ задається у дБ і має значення не менше 15 дБ і не більше 100 дБ;

4) задаються нормовані цифрові частоти в межах 0 ÷ 2π (формула для нормування $x = 2\pi f / f_д$, де f – частота сигналу, $f_д$ – частота дискретизації сигналу, Гц).

Математичний апарат. При проведенні розрахунків фільтрів найбільш часто використовується і аналізується ХЗ фільтра. Вона визначається через модуль ПФ за формулою:

$$a(x), \text{дБ} = -20\, lg|H(jx)|.$$

Коефіцієнти A_k ПФ (1) визначаються як модуль комплексної ПФ у вузлах інтерполяції:

$$A_k = |H(jx_k)|,$$

де k — номер вузла інтерполяції; x_k – фіксовані значення нормованої цифрової частоти у особливих точках на інтервалі $x \in [0; \pi]$, які визначаються за формулами

$$x_k = k \times \left(\frac{2\pi}{m}\right);\ k = 0 \ldots \left(\frac{m}{2}\right).$$

Або коефіцієнти A_k можна визначити через ХЗ :

$$A_k = 10^{-\frac{a_k}{20}},$$

де a_k – значення ХЗ, що апроксимується, у вузлах інтерполяції (дБ).

Коефіцієнти b_{1k} та b_2 визначаються наступним чином:

$$b_{1k} = -2r\cos(x_k), \quad b_2 = 1 - 2^{-d_д},$$

де $r = \sqrt{1 - 2^{-d_\partial}}$ — полюсна відстань; d_∂ — розрядність регістрів для запису кодів дробової частини $d_д = d - 2$, d — загальна розрядність регістрів процесора.

Частотні коефіцієнти b_{1k} визначають частоти резонансів цифрового резонатора. Коефіцієнт b_2 – це фазовий коефіцієнт цифрового резонатора. Коефіцієнт t гребінчастого фільтра враховує розрядність процесора і визначається так:

$$t = r^m = \left(\sqrt{1 - 2^{-d_д}}\right)^m.$$

Послідовність рішення задачі апроксимації наводиться нижче.

1 крок – визначення кількості перехідних коефіцієнтів $N_{пк}$, порядку фільтра m, номерів першого k_1 та останнього k_n коефіцієнтів A_k, які визначаються АЧХ у смузі пропускання.

Виконання заданих вимог до ХЗ фільтрів залежить в першу чергу від кількості перехідних коефіцієнтів A_k. Досвід проведення розрахунків показав, що для вирішення практичних задач при заданому гарантованому загасанні $a_г$ у смугах затримки менше, ніж 20 дБ, кількість перехідних коефіцієнтів ($N_{пк}$) дорівнює 0. Якщо $a_г$ задане у межах 20 ÷ 50 дБ, то $N_{пк} = 2$ (по одному коефіцієнту на кожну перехідну смугу). При $a_г$, заданому у межах 50 ÷ 70 дБ, необхідно задавати $N_{пк} = 4$ (по два коефіцієнти на кожну перехідну смугу). Якщо $a_г$ знаходиться у межах 70 ÷ 100 дБ, то $N_{пк} = 6$ (по три коефіцієнти на кожну перехідну смугу).

Далі необхідно визначити інтервал між нулями ПФ (позначимо його dx). Для цього пропонується використати формулу

$$dx = (x_2 - x_1)/(N_{пк} + 0.5).$$

Тоді порядок гребінчастого фільтра буде визначатись так:

$$m = int(2\pi/dx),$$

де *int* означає знаходження цілої частини виразу у дужках. Якщо порядок буде непарним числом, то його рекомендується збільшити на 1 для отримання парного значення порядку. При цьому, як показують розрахунки, результати будуть кращими, ніж для непарного порядку за рахунок досягнення симетрії ХЗ.

Розраховується інтервал номерів коефіцієнтів A_k, які визначаються АЧХ у смузі пропускання. Нумерація всіх коефіцієнтів A_kє наскрізною і починається від 0-го до останнього у всій робочий смузі нормованих частот від 0 до π. Номер першого коефіцієнта (k_1) для смуги пропускання та останнього коефіцієнта (k_n) визначаємо так:

$$k_1 = int(x_2/dx) + 1; \quad k_n = int(x_3/dx).$$

Число цифрових резонаторів буде визначатись формулою

$$k = k_n - k_1 + 1.$$

2 крок – визначення початкових значень коефіцієнтів ПФ (1). Значення коефіцієнтів A_k у визначеному інтервалі $k_1 \div k_n$ задаються рівними 1.

Номери перехідних коефіцієнтів визначаються їх числом наступним чином:

1) $N_{пк} = 2$, то коефіцієнт у лівій перехідній смузі буде мати номер $k_1 - 1$, у правій перехідній смузі $k_n + 1$;

2) $N_{пк} = 4$, то коефіцієнти у лівій перехідній смузі будуть мати номери $k_1 - 2$ та $k_1 - 1$, а у правій перехідній смузі $k_n + 1$ та $k_n + 2$;

3) $N_{пк} = 6$, то коефіцієнти у лівій перехідній смузі будуть мати номери $k_1 - 3$, $k_1 - 2$ та $k_1 - 1$, а у правій перехідній смузі $k_n + 1$, $k_n + 2$ та $k_n + 3$.

Подальша задача полягає у визначенні початкових значень перехідних коефіцієнтів. З урахуванням відомих табличних рішень [1] та власного досвіду розрахунків пропонується початкові значення задавати таким чином:

1) $N_{пк} = 2$, то $A_{k_1-1} = A_{k_n+1} = 0.4$;

2) $N_{пк} = 4$, то $A_{k_1-2} = A_{k_n+2} = 0.07$, $A_{k_1-1} = A_{k_n+1} = 0.3$;

3) $N_{пк} = 6$, то $A_{k_1-3} = A_{k_n+3} = 0.02$, $A_{k_1-2} = A_{k_n+2} = 0.2$, $A_{k_1-1} = A_{k_n+1} = 0.7$.

Далі за наведеними формулами визначаються всі інші коефіцієнти ПФ (1) – це коефіцієнти t, $1/m$, b_2, $b_{1к}$. На даному кроці вводиться номер ітерації $l = 1$.

3 крок – розрахунок характеристики загасання фільтра та визначення мінімального значення загасання $a_{\min}^{(l)}$ у смугах затримки.

4 крок – аналіз виконання вимог щодо необхідності вирішення оптимізаційної задачі *l* < *Iter* (*Iter* – кількість ітерацій) та величини гарантованого загасання $a_{\min}^{(l)}$. У ході процесу оптимізації це загасання повинно збільшуватись. Якщо воно зменшується, або оптимізація при відсутності перехідних коефіцієнтів не передбачається, то виводиться результат розрахунку. При наявності перехідних коефіцієнтів передаточна функція (1) може бути оптимізована у просторі цих коефіцієнтів (позначимо його $\bar{A}$) за критерієм максимального загасання на граничних частотах смуги затримки.

5 крок – складання системи нерівностей та її вирішення симплекс-методом. Визначене загасання $a_{\min}^{(l)}$ буде мінімальним у смугах затримки. Таким чином, необхідно вирішити задачу максимізації мінімального загасання на визначених частотах. Це можна записати так:

$$\min\{a(x_1, \bar{A}\ )\} = \max; \qquad \min\{a(x_4, \bar{A}\ )\} = \max. \tag{2}$$

Ця задача є задачею нелінійного програмування. Найбільш зручним та достатньо простим і ефективним, з точки зору збіжності процесу, методом її рішення при використанні мінімаксного критерію близькості є метод, сутність якого міститься у апроксимації задачі нелінійного програмування послідовністю задач лінійного програмування.

Задача знаходження максимального мінімуму типу $\min\{a(x_j, \bar{A}\ )\} = \max$ лініарізується за допомогою розкладання функції $a(x_i, \bar{A}\ )$ у ряд Тейлора з точністю до членів першого порядку. Таке спрощення дає приблизне рішення задачі нелінійного програмування. Щоб отримати рішення з заданою точністю, необхідно вирішити ряд задач лінійного програмування, перетворюючи на кожному кроці задачу нелінійного програмування вказаним способом у задачу лінійного програмування. Позначимо мінімальне значення ХЗ на *l*-му кроці вирішення задачі як $a_{\min}^{(l)}(x_j, \bar{A}^{(l)})$, а на (*l*+1)-му кроці як $a_{\min}^{(l+1)}(x_j, \bar{A}^{(l+1)}\ )$. Тоді очевидно, що для вирішення задач типу (2) необхідно на кожному наступному кроці забезпечити виконання умови

$$a_{\min}^{(l+1)}(x_j, \bar{A}^{(l+1)}\ ) \geq a_{\min}^{(l)}(x_j, \bar{A}^{(l)}) + z_{M+1}\ ,$$

де $z_{M+1} \geq 0$; M – кількість перехідних коефіцієнтів.

Припустимо, що компоненти вектору $\bar{A}$ на кроці вирішення задачі $(l+1)$ отримують малі прирощення $dA_i = A_i + \varepsilon_i$ (тут $-\delta \leq \varepsilon_i \leq \delta,\ 0 < \delta \ll 1$), тобто $\bar{A}^{(l+1)} = \bar{A}^{(l)} + \bar{A}^{(l)}\varepsilon_i$. Тоді функція $a(\Omega_j, \bar{A}\ )$ також отримує прирощення

$$a^{(l+1)}(x_j, \bar{A}) = a^{(l)}(x_j, \bar{A}^{(l)}) + da(x_j, \bar{A}^{(l)})\ .$$

Розклавши функцію $a(x_j, \bar{A}^{(l)} + \bar{A}^{(l)}\varepsilon_i)$ у ряд Тейлора та обмежуючись лише лінійними членами отримаємо:

$$da(x_j, \bar{A}^{(l)}) \approx \sum_{i=1}^{M} \gamma_i \varepsilon_i\ ,$$

де $\gamma_i = \left[da(x_i, \bar{A}^{(l)}) \Big/ dA_i^{(l)} \right] \times A_i^{(l)}$.

Зробимо заміну $\varepsilon_i = z_i - \delta$ (тут $z_i \geq 0$) і отримаємо лінійну нерівність

$$-\sum_{i=1}^{M} \gamma_i z_i + z_{M+1} \leq a(x_j, \bar{A}^{(l)}) - a_{\min}^{(l)} - \delta \sum_{i=1}^{M} \gamma_i\ , \tag{3}$$

де $a_{\min}^{(l)}$ – мінімальне значення загасання у двох смугах затримки.

Нерівності типу (3) складаються на двох граничних частотах лівої та правої смуг затримки. Отримаємо систему нерівностей, де невідомими є змінні z_i:

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^{M} \gamma_i z_i + z_{M+1} \leq a(x_1, \bar{A}^{(l)}) - a_{\min}^{(l)} - \delta \sum_{i=1}^{M} \gamma_i; \\ -\sum_{i=1}^{M} \gamma_i z_i + z_{M+1} \leq a(x_4, \bar{A}^{(l)}) - a_{\min}^{(l)} - \delta \sum_{i=1}^{M} \gamma_i. \end{cases} \tag{4}$$

Рішення системи нерівностей має бути таким, щоб цільова функція $f_C = z_{M+1}$ приймала максимальне значення. На кожному кроці симплекс-методом вирішується система лінійних нерівностей (4). В результаті визначаються змінні z_i.

6 крок – знаходяться нові значення компонент вектора $\bar{A}$ (тобто нові значення перехідних коефіцієнтів) за формулами

$$A_i^{(l+1)} = A_i^{(l)}(1 + z_i - \delta).$$

Номер ітерації збільшується на одиницю $l = l + 1$ і повторюється розрахунок ХЗ, тобто крок 3. Обчислювальний процес закінчується за виконанням заданого числа ітерацій, або за випадком погіршення результату оптимізації у порівнянні з попередньою ітерацією. Виводяться результати розрахунку – коефіцієнти m, A_k, t, $1/m$, b_2, $b_{1к}$ передаточної функції (1) та значення мінімального гарантованого загасання у смузі затримки $a_{\min}^{(l)}$ після виконання останньої ітерації та максимальної нерівномірності загасання у смузі пропускання $\Delta a_{\max}$.

Алгоритм реалізації наведений на рис. 1 у вигляді блок-схеми. Номери блоків відповідають описаним вище крокам розрахунку.

Приклад використання. Необхідно визначити передаточні функції трьох смугових ФОЧВ для різних варіантів заданого загасання у смузі затримки. Дано:

1) вимоги до ХЗ фільтра:

– нерівномірність загасання у смузі пропускання $\Delta a < 1$дБ;

– гарантоване загасання у смузі затримки $a_г > 40$дБ, $a_г > 60$дБ, $a_г > 70$дБ ;

– ліва гранична частота смуги затримки $x_1 = 1.21$;

– ліва гранична частота смуги пропускання $x_2 = 1.29$;

– права гранична частота смуги пропускання $x_3 = 1.81$;

– права гранична частота смуги затримки $x_4 = 1.89$.

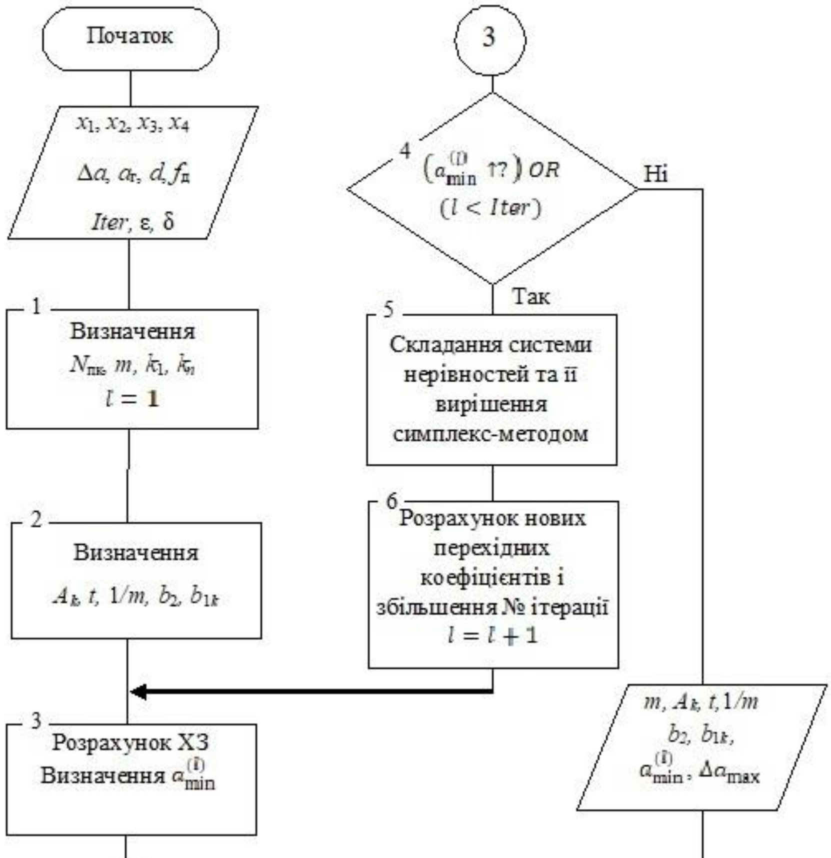

Рис. 1. Блок-схема алгоритму методики вирішення задачі апроксимації цифрових смугових фільтрів на основі частотної вибірки

2) параметри процесора:
− розрядність процесора d = 20;
– частота дискретизації $f_д$ = 15 кГц.
3) параметри оптимізації:
– кількість ітерацій *Iter* = 1000;
– відносна величина прирощень перехідних коефіцієнтів для розрахунку часткових похідних ε = 0.001;
– припустима величина прирощень перехідних коефіцієнтів δ = 0.001;
– величина інтервалу між всіма аналізованими частотами *delta* = 0.0001.

У табл. 1 приведені результати розрахунків для трьох варіантів вимог до гарантованого загасання у смугах затримки. Значення перехідних коефіцієнтів приведені до оптимізації (початкові значення згідно запропонованих у методиці) та після оптимізації (кінцеві значення, які необхідно було визначити). Також показані результати виконання вимог до ЧХЗ, які забезпечуються до оптимізації та після оптимізації. Значення інших коефіцієнтів передаточних функцій t, $1/m$, b_2, $b_{1к}$ знаходяться шляхом звичайної підстановки отриманих параметрів у наведені в опису математичного апарата формули і в табл.1 не включені.

Таблиця 1

Результати розрахунків, отримані з використанням запропонованої методики

Вимоги до $a_г$	$a_г > 40$дБ	$a_г > 60$дБ	$a_г > 70$дБ
Порядок m	118	196	274
Інтервал коефіцієнтів $A_{k_1} \div A_{k_n}$ рівних 1	$A_{25} \div A_{33}$	$A_{41} \div A_{56}$	$A_{57} \div A_{79}$
$N_{пк}$	2	4	6
Значення перехідних коефіцієнтів до оптимізації	$A_{23} = A_{35} = 0.4$	$A_{39} = A_{58} = 0.07$ $A_{40} = A_{57} = 0.3$	$A_{54} = A_{82} = 0.02$ $A_{55} = A_{81} = 0.2$ $A_{56} = A_{80} = 0.7$
Значення перехідних коефіцієнтів після оптимізації	$A_{23} = A_{35} = 0.385346$	$A_{39} = A_{58} = 0.059028$ $A_{40} = 0.50042$ $A_{57} = 0.50056$	$A_{54} = A_{82} = 0.0196847$ $A_{55} = A_{81} = 0.216479$ $A_{56} = A_{80} = 0.68966$
$a_г$ до оптимізації, дБ	40.33	32.45	49.32
$a_г$ після оптимізації, дБ	43.4	64.37	76.9
$\Delta a_{\max}$ до оптимізації, дБ	0.42	0.75	0.11
$\Delta a_{\max}$після оптимізації, дБ	0.44	0.35	0.14

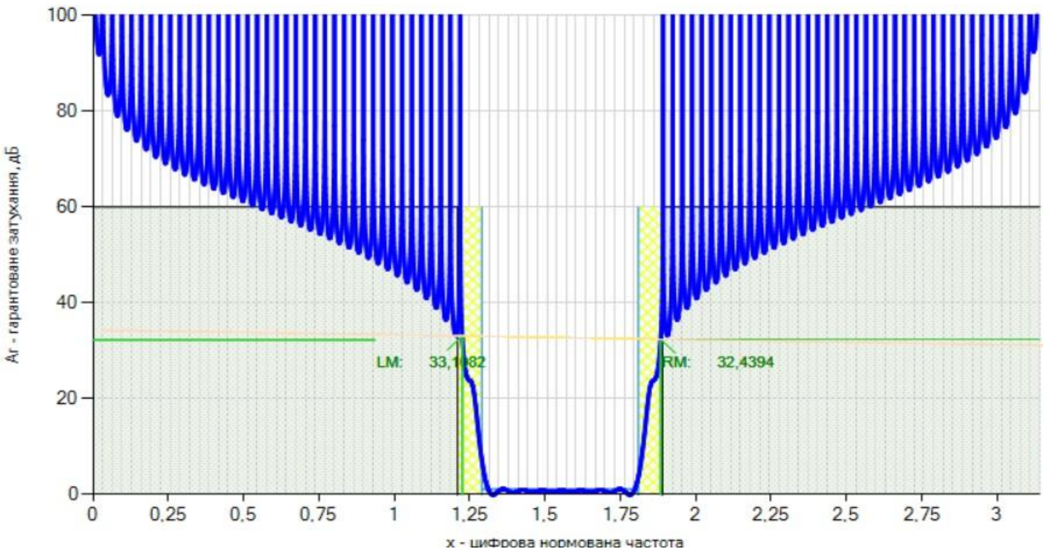

Рис. 2. Характеристика загасання ФОЧВ до оптимізації з початковими значеннями перехідних коефіцієнтів для вимоги до гарантованого загасання $a_г > 60$ дБ

На рис. 2 та рис. 3 показані розраховані ХЗ з вимогою до гарантованого загасання у смугах затримки $a_г > 60$ дБ відповідно до оптимізації та після оптимізації у просторі перехідних коефіцієнтів.

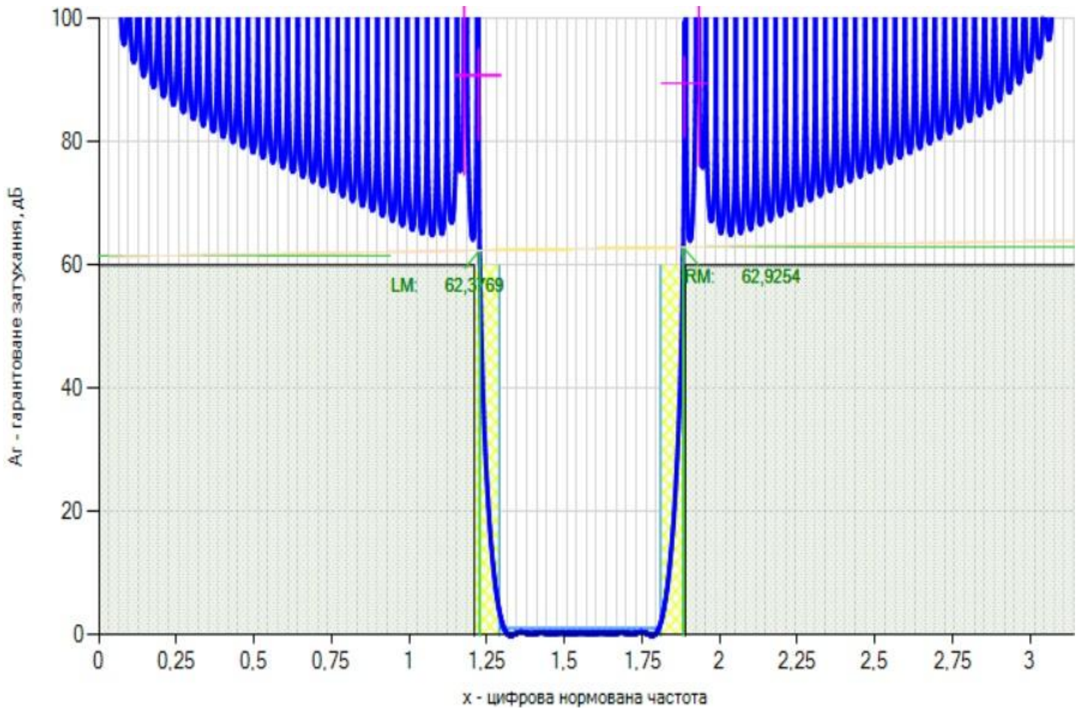

Рис. 3. Характеристика загасання ФОЧВ після оптимізації з визначеними значеннями перехідних коефіцієнтів для вимоги до гарантованого загасання $a_г > 60$ дБ

Оцінка ефективності. Критерієм ефективності розробленої методики є виконання на етапі апроксимації заданих вимог до характеристики загасання цифрових ФОЧВ при мінімальному порядку передаточної функції (1). Наведені приклади показали (рис. 2 та рис. 3), що при однаковому порядку та кількості перехідних коефіцієнтів можна значно збільшити гарантоване загасання у смузі затримки (у прикладі на 32 дБ) за рахунок оптимального вибору значень цих коефіцієнтів. При умові програмної реалізації запропонованої методики час на вирішення задачі апроксимації складає секунди, що також свідчить про її ефективність. Невеликий обсяг обчислень обумовлений відносною простотою запропонованого методу вирішення оптимізаційної задачі.

Висновки.

1. Запропонована методика дозволяє за заданими стандартними вимогами до характеристики загасання фільтрів послідовно вирішувати задачу апроксимації цифрових смугових фільтрів на основі частотної вибірки і відрізняється наявністю чіткого алгоритму розрахунку і ефективністю методу вирішення оптимізаційної задачі.
2. Мінімально достатня кількість перехідних коефіцієнтів залежить від величини гарантованого загасання у смугах затримки та визначається за наведеними рекомендаціями.
3. Порядок гребінчастого фільтра залежить від кількості перехідних коефіцієнтів та ширини перехідної смуги і визначається запропонованою аналітичною формулою.
4. Запропоновані аналітичні формули для визначення номерів коефіцієнтів A_k передаточної функції, значення яких дорівнюють ідеальній АЧХ у смузі пропускання і задаються рівними 1. Вони визначають форму характеристики загасання у смузі пропускання і величину допустимої нерівномірності загасання Δa. Значення цих номерів залежать від заданого гарантованого загасання, ширини перехідної смуги та граничних частот смуги затримки.

5. Розроблені рекомендації для визначення початкових значень перехідних коефіцієнтів в залежності від їх кількості.

6. Запропонована методика оптимізації значень перехідних коефіцієнтів з метою забезпечення максимального загасання у смугах затримки. Вона заснована на апроксимації задачі нелінійного програмування послідовністю задач лінійного програмування та вирішенні їх симплекс-методом.

7. Вирішення задачі максимізації мінімального загасання у смугах затримки суттєво не впливає на величину допустимої нерівномірності загасання у смузі пропускання. Вона, як правило, до оптимізації та після не перевищує 1 дБ. Якщо поставити задачу зменшення цієї нерівномірності, то її можна вирішити за рахунок збільшення порядку фільтра, або оптимізації коефіцієнтів A_k, значення яких задавались рівними 1.

8. Запропонована методика потребує програмної реалізації для вирішення задачі частотного аналізу та оптимізаційної задачі. Програмна реалізація дає змогу вирішувати задачу апроксимації цифрових смугових ФОЧВ автоматизованим шляхом, що забезпечує необхідну високу точність результатів та потребує мінімум часу.

Напрямком подальших досліджень є розробка методики реалізації отриманої передаточної функції розглянутого типу цифрових фільтрів на мікроконтролерах та сигнальних процесорах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. –М.: ООО „Бином-Пресс“, 2006 г. – 656с.

2. Emmanuel C. Ifeachor, Barrie W. Jervis, Digital Signal Processing: A Practical Approach (2nd Edition), Prentice Hall, 2002, 960 pages.

3. Chen X. P., Yu S. L., FIR filter design: frequency-sampling method based on evolutionary programming, Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, Vol. 1, 2000, pp. 575 – 579.

4. Wan-Ping Huang, Zhou Li-fang, Ji-xin Qian, FIR filter design: frequency sampling filters by particle swarm optimization algorithm, Proceedings of 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai, 26-29 August 2004, Vol. 4, pp. 2322 – 2327.

5. Der-Feng Huang. A Computational Form of the Least Square Error Frequency Sampling Method for the Linear Phase FIR Filter Design, 2nd International Congress on Image and Signal Processing CISP '09, 17 – 19 Oct. 2009, pp. 1 – 4.

6. R. Y. Belorutsky, I. S. Savinykh. Modified technique of FIR filter design by the frequency sampling method, 2016 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST), Novosibirsk, 2016, pp.259 – 262. DOI: 10.1109/SIBIRCON.2016.7884100.

7. R. Y. Belorutsky, M.V. Oreshkina, I. S. Savinykh. The analytical approach for designing bandpass FIR filters by frequency sampling method, 2017, IEEE, pp. 239 – 244. DOI: 10.1109/SIBIRCON.2017.8109879.