

к.т.н. Панченко І.В. (ВІТІ)  
 к.т.н. Восколович О.І. (ВІТІ)  
 Чурилов І.О. (ВІТІ)  
 Колтовсков Д.Г. (ВІТІ)

## МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ЙМОВІРНОСТІ БІТОВОЇ ПОМИЛКИ В СИСТЕМАХ НИЗЬКОШВИДКІСНОЇ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ LORA

В роботі розглянуто варіант використання технології LORA в складних завадових умовах. Отримані математичні залежності для розрахунку ймовірності біткової помилки прийнятих повідомлень при дії завмирань сигналу внаслідок багатопроменевого поширення.

**Панченко І.В., Восколович А.И., Чурилов И.А., Колтовсков Д.Г. Вариант расчета вероятности битовой ошибки в системах низкоскоростной передачи данных LORA.** В работе рассмотрен вариант использования технологии LORA в сложных помеховых условиях. Полученные математические зависимости для расчета вероятности битовой ошибки принятых сообщений при воздействии замираний сигнала вследствие многолучевого распространения.

**I. Panchenko, O. Voskolovich, I. Chyrylov, D. Koltovskov The option to calculate the probability of a bit error range the in low-speed data transmission systems LORA.** The paper considers the usage of LORA technology in difficult interruptions. The mathematical dependences for calculating the probability of a bit error range in received messages under the influence of a fading signal due to multipath are obtained.

**Ключові слова:** LORA, CSS, міжсимвольна інтерференція, завмирання.

**Постановка завдання.** Використання в бездротових сенсорних мережах WSNs (від англ. *Wireless sensor networks*) військового призначення технології низькошвидкісної передачі даних LORA (від англ. *Long Range*) було розглянуто в статті [1]. Було проведено огляд технології LORA, розглянуто модель каналу зв'язку. Проведений порівняльний аналіз технології, а саме дальності зв'язку та чутливості приймача показав її перевагу над аналогічними низькошвидкісними технологіями передачі даних.

Військова WSNs, в якій фізичний рівень передачі даних побудований за допомогою технології LORA, здатна забезпечити необхідний час автономної роботи та дальність зв'язку. Але залишається недослідженим питання впливу на канал зв'язку завмирань сигналу, які викликані явищами інтерференції сигналу внаслідок багатопроменовості [2 – 4].

На приймальній стороні, повідомлення, прийняті по різним шляхам (внаслідок багатопроменовості) викликають міжсимвольну інтерференцію, що в кінцевому підсумку призводить до значної кількості помилково прийнятих біт [3].

**Метою** роботи є дослідження впливу завмирань сигналу в каналі зв'язку низькошвидкісної передачі даних LORA, викликаних явищами багатопроменовості, оскільки бездротові сенсорні мережі (БСМ) можуть розгортатись на місцевості зі складним рельєфом та у щільній міській забудові.

**Аналіз останніх публікацій,** які присвячені побудові радіоліній стандарту IEEE 802.15.4a такими авторами як С.М. Кириловим, І.В. Лукашином, Ю.І. Полтавцем в роботі [5] показав високу ступінь деталізації опису даної технології, але даний опис не розкриває методику розрахунку ймовірності біткової помилки, а тільки задає границі даної помилки.

**Виклад основного матеріалу.** Основні математичні співвідношення моделі каналу зв'язку технології LORA розглянуті в роботі [1]. Результуючий вихідний сигнал з фільтра внутрішньоімпульсної лінійної ЧМ (ВЛЧМ)  $g_i(t)$  (сигнал на виході приймача) визначається як

$$g_i(t) = s_i(t) \quad h^*(t) = b_i(\sqrt{E_b}) \frac{\sin\left\{\pi Bt\left(1 - \frac{|t|}{T_c}\right)\right\}}{\pi Bt} = b_i(\sqrt{E_b}) p(t), \quad |t| < T_c$$

де  $B(\cong |\mu|T_c)$  – ширина смуги ВЛЧМ, що визначається як діапазон миттєвої частоти,  $\otimes$  означає оператор згортки, а  $p(t) = \sin\{\pi Bt(1 - |t|/T_c)\} / \pi Bt$  огинаюча сигналу  $g_i(t)$ , яка проходить через перші нульові точки при  $t \approx \pm \frac{1}{B}$ . Отже, ступінь стиснення або коефіцієнт посилення (визначається як відношення тривалості ВЛЧМ до ширини імпульсу  $g_i(t)$ ) задається  $BT_c$ . Після фільтрації, стиснений сигнал детектується при  $t=0$ , де  $g_i(t)$  максимізується і виводиться. Вихідні дані визначаються як „0”, або „1” відповідно до результату детектування.

При впливі на канал зв'язку замирань в сигналі ВЛЧМ мають місце перекриття. Перекриття сигналу внаслідок впливу замирань можна представити таким видом  $s_i^{3AM}(t)$  і прийнятий сигнал відповідно  $r(t)$ . Вираз матиме такий вигляд

$$s_i^{3AM}(t) = \sum_{k=(O_f-1)}^{O_f-1} s_{i+k}(t+k\tau)$$

та

$$r(t) = s_i^{3AM}(t) + \omega(t),$$

де  $O_f, \tau(=T_c/O_f)$  та  $\omega(t)$  позначають кількість перекриттів, інтервал перекриття між символами ВЛЧМ, і Гаусівський розподілений шум із середнім нулем і двосторонньою спектральною щільністю потужності  $N_0/2$  відповідно.

$I$ -й символ, що виходить з виходу фільтра  $s_i^{3AM}(t)$  перекритий прийнятим сигналом при  $t=0$ , може бути виражений як

$$s_i^{3AM}(t)|_{t=0} = r(t) \quad h^*(t)|_{t=0} = \sum_{k=(O_f-1)}^{O_f-1} g_{i+k}(k\tau) + n = (\sqrt{E_b}) \sum_{k=(O_f-1)}^{O_f-1} b_{i+k}(k\tau) + n, \quad (1)$$

де  $n(= \omega(t) \quad h^*(t)|_{t=0})$  позначає фільтрований шумовий компонент із середнім нулем і дисперсією  $N_0/2$ .

Так як  $b_i$  приймає значення +1 або -1 з однаковою ймовірністю і гаусівською функцією щільності розподілу ймовірності симетрично щодо нуля, ймовірність бітової помилки можна виразити в такий спосіб

$$P_B = \frac{1}{2} \{ \Pr(g_i^{3AM}(0) < 0 | b_i = 1) + \Pr(g_i^{3AM}(0) > 0 | b_i = -1) \} = \Pr(g_i^{3AM}(0) < 0 | b_i = 1) \quad (2)$$

Позначимо нормовану величину інтерференції  $z_i$  внаслідок впливу замирань в  $s_i^{3AM}(t)$  як

$$z_i = \sum_{\substack{k=(O_f-1) \\ k \neq 0}}^{(O_f-1)} z_k, \quad (3)$$

де  $z_k(= b_{i+k} \rho(k\tau))$  є інтерференційний компонент  $s_i(t)$ .

Використовуючи (1), (2) та (3), ймовірність бітової помилки  $P_B |_{z_i}$  з врахуванням  $z_i$  можна представити наступним чином:

$$P_B |_{z_i} = \Pr\{n > (\sqrt{E_b} \quad \sqrt{E_b z_i})\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{(\sqrt{E_b})(1-z_i)}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt =$$

$$= Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1-z_i)\right), \quad (4)$$

де  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} t^{2/2} dt$  та  $\sigma$  є гаусівською функцією  $Q$  і відхиленням шумової складової  $n$ , відповідно.

Таким чином, ймовірність бітової помилки  $P_B$  може бути отримана як

$$P_B = E_{z_i} \left\{ Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1-z_i)\right) \right\}, \quad (5)$$

де  $E_{z_i} \{\bullet\}$  – означає очікування щодо  $z_i$ . Як видно з (5), щоб отримати вираз для кінцевого виду  $P_B$ , необхідно, щоб середнє значення функції  $Q$  враховувало  $z_i$ , яке може бути дуже складним, і в багатьох випадках це неможливо. Таким чином, необхідно використовувати апроксимацію (позначену  $\widehat{Q}$ ) для гаусовської функції  $Q$ , яка може бути отримана на основі серії експоненційно зменшуючого косинуса (ЕЗК) [6]:

$$\widehat{Q}(x) = \sum_{m=0}^{N_T-1} c_m e^{\lambda_m x} \cos(\omega_m x) = \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{N_T-1} c_m e^{(\lambda_m + j\omega_m)x} \right], \quad (6)$$

де  $N_T$  – задана довжина ряду,  $\operatorname{Re} \{\bullet\}$  – дійсний оператор, а  $c_m$ ,  $\lambda_m$ , та  $\omega_m$  – це параметри, що підлягають обмеженню, що наступний симетричний квадрат відносної похибки  $\varepsilon$  між  $Q(x)$  та  $\widehat{Q}(x)$  зведений до мінімуму [6]:

$$\varepsilon = \int_{\chi} \left[ \frac{\widehat{Q}(x)}{Q(x)} \right]^2 + \left[ 1 - \frac{Q(x)}{\widehat{Q}(x)} \right]^2 dx = \frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} \left[ \frac{\widehat{Q}(x)}{Q(x)} \right]^2 + \left[ 1 - \frac{Q(x)}{\widehat{Q}(x)} \right]^2, \quad (7)$$

де права частина формули (7) являє собою дискретне вираження інтегральної форми у лівій частині, а  $\chi$  та  $N_S$  представляють діапазон аргументу  $x$ , над яким ми хочемо звести до мінімуму  $\varepsilon$  та загальну кількість зразків над  $\chi$  відповідно.

Підставляючи (5) та (6) у (7), ми можемо переписати  $P_B$  наступним чином:

$$P_B = E_{z_i} \left\{ Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1-z_i)\right) \right\} = \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{N_T-1} e^{(\lambda_m + j\omega_m)\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}} \times E_{z_i} \left\{ e^{(\lambda_m + j\omega_m)\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} z_i} \right\} \right] =$$

$$= \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{N_T-1} e^{(\lambda_m + j\omega_m)\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}} \times \prod_{\substack{k=(O_f-1) \\ k \neq 0}}^{(O_f-1)} M_{z_k} \left( (\lambda_m + j\omega_m)\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right) \right], \quad (8)$$

де  $M_{z_k}(t) \left( E_{z_k} \left\{ e^{I z_k} \right\} \right)$  – моментогенеруюча функція  $z_k$ . Оскільки  $z_k = \left\{ \pm p(kT_c / O_f) \right\}$ ,  $M_{z_k}(t)$  може бути представлена як

$$M_{z_k}(t) = \frac{1}{2} \left\{ e^{tp(kT_c / O_f)} + e^{-tp(kT_c / O_f)} \right\} = \cosh \left\{ p \left( k \frac{T_c}{O_f} \right) t \right\}. \quad (9)$$

Після заміни (9) на (8), нарешті, ми отримуємо кінцевий вираз ймовірності бітової помилки для системи ВЛЧМ:

$$P_B = \operatorname{Re} \left[ \sum_{m=0}^{N_T-1} c_m e^{(\lambda_m + j\omega_m) \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}} \times \prod_{\substack{k=(O_f-1) \\ k \neq 0}}^{(O_f-1)} \cosh \left\{ p \left( k \frac{T_c}{O_f} \right) (\lambda_m + j\omega_m) \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right\} \right]. \quad (10)$$

Таким чином у статті запропоновано аналітичні вирази обчислення ймовірності бітової помилки у радіоканалах побудованих за технологією низькошвидкісної передачі даних LORA, прийнятих сигналів в каналі із завмираннями сигналу внаслідок багатопроменевості. Аналітичні залежності отримані на основі апроксимованої гаусовської функції  $Q$  для технології модуляції з розширеним спектром і варіації лінійної частотної модуляції, з урахуванням явища інтерференції.

Отримані в роботі співвідношення обчислення ймовірності бітової помилки дозволять проектувати та розраховувати реальні бездротові сенсорні мережі військового призначення з використанням технології низькошвидкісної передачі даних LORA.

Напрямок подальших досліджень є збільшення швидкості передачі даних в БСМ з використанням LORA, шляхом збільшення кількості передаваних пакетів з допустимим коефіцієнтом перекриття із забезпеченням необхідної якості передачі даних.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Восколович О.І. Технологія низькошвидкісної передачі даних LORA / Восколович О.І. Панченко І.В., Чурілов І.О. / Збірник наукових праць Військового інституту телекомунікацій та інформатизації. Випуск № 2. – Київ: ВІТІ, 2017. стор.21 – 26.
2. Гепко И.А. Современные беспроводные сети: состояние и перспективы развития / Гепко И.А., Олейник В.Ф., Чайка Ю.Д., Бондаренко А.В. / Киев: ЭКМО, 2009. – 672с.
3. IEEE Std 802.15.4a-2007. Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (WPANs), IEEE, 2007.
4. LoRaWAN™ Specification. LoRa® Alliance, October 2015. A technical overview of LoRa® and LoRaWAN™. LoRa® Alliance, November 2015.
5. Кирилов С.Н. Повышение устойчивости радиолиний передачи информационно-управляющих сигналов к мешающим факторам. / Кирилов С.Н., Лукашин И.В., Полтавец Ю.И., Поляков А.В., Круглов С.А. / Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы: Радиотехника и космическая связь. Том 2, выпуск 4, с. 55 – 58, 2015 г.
6. J. Pinkney, Low Complexity Indoor Wireless Data Links Using Chirp Spread Spectrum, Ph. D. Dissertation, Dept. Elect. Comput. Engineer., University of Calgary, Calgary, Canada, 2003.