

## АНАЛІЗ ЗАДАЧ ПОКРИТТЯ ЦІЛЕЙ ТА АЛГОРИТМИ ЇХ РІШЕННЯ В БЕЗПРОВІДНИХ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖАХ

*Аналіз завдань покриття цілей та алгоритми їх вирішення в бездротових сенсорних мережах. Розглянуто основні задачі покриття цілей в бездротових сенсорних мережах, описані математичні постановки оптимізаційних задач і розглянуті основні алгоритми їх вирішення.*

*Жук О.В., Романюк В.А., Степаненко Є.А. Анализ задач покрытия целей и алгоритмы их решения в беспроводных сенсорных сетях. Рассмотрены основные задачи покрытия целей в беспроводных сенсорных сетях, описаны математические постановки оптимизационных задач и рассмотрены основные алгоритмы их решения.*

*O. Zhuk, V. Romaniuk, E. Stepanenko Analysis of objectives for covering targets and algorithms for their solution in wireless sensor networks. The main tasks of covering targets in wireless sensor networks are considered, mathematical statements of optimization problems are described and the main algorithms for their solution are considered.*

**Ключові слова:** покриття цілей, безпроводові сенсорні мережі, алгоритми покриття.

**Постановка завдання.** Безпроводні сенсорні мережі (Wireless Sensor Network) – розподілені мережі, що складаються з маленьких вузлів (сенсорів), з інтегрованими функціями моніторингу параметрів навколишнього середовища, обробки і передачі даних [1]. Переваги технологій бездротових сенсорних мереж (БСМ) можуть бути ефективно використані для вирішення прикладних задач у різних сферах людської діяльності: моніторингу навколишнього середовища, критичної інфраструктури, медицині, розвідці і т.д.

Наприклад, БСМ військового призначення призначені для збору та ідентифікації інформації про стан об'єктів та параметрів поля бою (факти перетину зон охорони та застосування зброї, маршрути переміщення, координати знаходження техніки і військовослужбовців, рівні хімічного або радіоактивного зараження і т.п.), охорони об'єктів, віддаленого спостереження за полем бою, забезпечення ситуаційної обізнаності командирів тощо. Вузли цих мереж повинні адаптуватися до частих змін умов покриття, топології мережі та маршрутів передачі даних, інтенсивності трафіка та ефективно використовувати обмежені мережеві ресурси. В таких умовах забезпечити завдання покриття сенсорами області моніторингу та інформаційний обмін з завданою якістю неможливо без ефективної системи управління мережею [2]. Основними функціями системи управління БСМ є: розгортання, покриття, моніторинг та передача даних. Однією з основних задач функціонування БСМ є задача покриття, яка в залежності від типу покриття поділяється на покриття цілі (точки), площі (зони, сектора), бар'єру.

**Аналіз останніх публікацій.** Задачам покриття цілей БСМ присвячено значна кількість робіт [2 – 11]. У статтях [3, 4] запропонований широкий огляд різних моделей покриття, математичних постановок задач і загальні алгоритми розв'язання задач покриття зон, цілей, бар'єрів в БСМ. В [3, 5] показано, що задача пошуку максимальної кількості множин покриття є NP-складною, запропонований ряд евристик при використанні жадібного алгоритму її рішення. В [6] проводиться аналіз обчислювальної складності жадібних алгоритмів пошуку множин покриття при різних евристичних пошуку рішень. Представлені результати проведених експериментів. В [7] для збільшення часу функціонування мережі запропонований алгоритм складання плану активності/пасивності множин покриття вузлів. В [8] розглядається математична постановка оптимізації часу функціонування покриття мережі з секторальною діаграмою спрямованості моніторингу в вузлах. В [9] авторами розглядається алгоритм пошуку покриттів цілей з імовірнісним розташуванням вузлів та ймовірнісною моделлю моніторингу. В [10] запропоновано генетичний, а в [11] мурашиний алгоритми пошуку множин покриття.

**Мета статті:** аналіз математичних постановок задач покриття цілей БСМ при різних методах розміщення сенсорних вузлів і розгляд алгоритмів їх вирішення.

**Виклад основного матеріалу.**

Будемо розглядати БСМ з наступними особливостями:

вузли сенсорної мережі стаціонарні та в процесі функціонування не змінюють свого розташування;

передача інформації з мережі відбувається через одну або кілька базових станцій;

всі вузли, за винятком базової станції, мають обмеження на ресурс енергії, який зазвичай вимірюють у кількості часових раундів, протягом яких сенсорний вузол може перебувати в активному стані;

в процесі функціонування БСМ сенсорний вузол може перебувати в активному стані (моніторинг, прийом, передача) або в стані сну (низька витрата енергії батарей).

Передбачається, що сенсор може покривати область (успішно вести в ній спостереження) обмежену колом з радіусом  $R$  з центром у місці розташування сенсора. Величина  $R$  називається радіусом моніторингу. Вважається, що втрати енергії сенсорного вузла на моніторинг обернено пропорційні площі моніторингу (покриття).

Назвемо покриттям плоскої області моніторингу  $S$  таку сукупність кіл  $C$ , що кожна точка (ціль) області належить хоча б одному з них. Визначимо щільність покриття як відношення площі всіх кіл  $C$  до площі області  $S$ .

При даному типі покриття цілі моделюються, як множина точок області, що покриваються радіусом моніторингу сенсорних вузлів. Дані області моніторингу визначаються типом сенсорів і відповідають фізичній природі виявлення подій.

Завдання покриття та їх математична постановка сильно залежить від типів, параметрів сенсорних вузлів і вимог до покриття (рис. 1).

В першу чергу вони визначаються типом сенсорів, які можуть бути:

*однорідні* та *неоднорідні* – сенсорний вузол може мати декілька типів сенсорів та вести моніторинг одного або декілька параметрів (кожен з яких має свій радіус моніторингу), володіти різною енергоємністю батарей і потужністю передавачів тощо;

*стаціонарні* (не змінюють свого розташування) або *мобільні* (мають можливість переміщення – сенсори-роботи або сенсори на БпЛА);

*оснащені системою позиціонування* або її не мають.

Тип покриття визначається технічними можливостями сенсорних вузлів і залежить від виду ділянок моніторингу: *зона*, *ціль* або *бар'єр*. Для покриття сенсорні вузли можуть розгортатись *детермінованим* (територія, на якій будуть розміщені сенсорні вузли контролюється та доступна) або *випадковим* (ворожа, забруднена, не доступна територія) способом за допомогою військовослужбовців, роботів (БпЛА) або спеціальних гармат.

Технічні можливості сенсорів з моніторингу можуть бути змодельовані різними моделями покриття [3]: *диск*, *сектор*; *порогова* або *затухаюча* (фізична модель, яка враховує залежність ймовірності виявлення події від відстані між сенсором і об'єктом моніторингу). Для підвищення ймовірності виявлення цілі, її ідентифікації або підвищення надійності функціонування мережі може ставитись їй завдання *k-кратного покриття* сенсорами.

Вимоги моніторингу можуть задавати необхідність постійного спостереження і, відповідно, покриття та/або спостереження в певні відрізки часу (наприклад, для економії енергії батарей). У цьому випадку говорять про розклад або *план* покриттів.

Цільовими функціями системи управління БСМ при покриття можуть бути:

*максимальне число покритих цілей* при заданій кількості сенсорів;

*мінімальна кількість вузлів*, що покривають задану кількість цілей;

*максимізація часу функціонування вузлів*, які забезпечують необхідне покриття та інші.

Крім цього, дані цільові функції покриття повинні бути узгоджені з цільовими функціями управління інших підсистем:

моніторингу – максимум ймовірності виявлення цілі (мінімум помилкових спрацьовувань), мінімум генерації трафіка моніторингу та інші;

телекомунікацій – побудова зв'язної та оптимальної топології (за критеріями – мінімум потужностей передач вузлів, мінімум вузлів-ретрансляторів, мінімальний діаметр графа мережі тощо), маршрутів (забезпечення конкретного типу трафіка з заданою якістю – найкоротших, з мінімальною затримкою, з заданою пропускнуною спроможністю, з максимальною енергією батарей вузлів тощо), забезпечення самого процесу передачі з заданою якістю на різних рівнях еталонної моделі взаємодії відкритих систем (фізичному, каналному та інших рівнях);

управління витратою енергоресурсу – максимізувати ефективність витрати енергії вузлів, максимізувати час функціонування мережі, мінімізувати дисбаланс витрати енергії між різними вузлами тощо.



Рис. 1 Параметри БСМ, які впливають на завдання покриття

В якості обмежень виступають ресурси мережі – кількість вузлів, можливі засоби і час їх доставки, енергоресурс батарей вузлів і час їх роботи, обчислювальна продуктивність вузлів, потужності передавачів, множина алгоритмів управління мережею і т.д.

За математичної постановки розрізняють задачі *лінійного* та *нелінійного* програмування, *однокритеріальної* і *багатокритеріальної* оптимізації, в *чіткій* або *нечіткій* постановці.

Алгоритми реалізації покриття діляться на *централізовані* (рішення по покриттю приймається центром управління мережею і доводиться до вузлів-виконавців) або *децентралізовані* (вузли, які беруть участь в покритті, кооперують свої дії для забезпечення покриття із заданою якістю).

Очевидно, що для БСМ різного призначення будуть ефективні для застосування різні рішення по покриттю (тип, модель покриття, цільова функція, математична постановка і алгоритм рішення). Розглянемо основні приклади математичної постановки задач покриття цілей і можливі алгоритми їх вирішення.

### 1. Оптимізація детермінованого розміщення сенсорних вузлів [3]

Детерміноване розміщення використовується при розгортанні сенсорної мережі на території, що контролюється, при невеликій розмірності мережі. Метою детермінованого розміщення є знаходження оптимального розташування сенсорних вузлів (серед можливих місць розташування) для мінімізації кількості сенсорів (відповідно вартості мережі) при задоволенні вимог покриття.

*Допущення:* кількість та місцезнаходження цілей відомі до розміщення сенсорних вузлів; кількість місць для розміщення вузлів обмежено.

Позначимо індексами  $i = 1 \dots I$  зону, а  $j = 1 \dots J$  ціль.

Нехай  $x_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо сенсорний вузол розміщено в місці } i, \\ 0, & \text{інше.} \end{cases}$

Нехай  $\delta_{ij}$  – булева змінна, яка визначає чи може ціль  $j$  покрита сенсором, розташованим в місці  $i$ :

$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо ціль } j \text{ покрита за допомогою сенсора розташованого в місці } i, \\ 0, & \text{інше.} \end{cases}$

Задача розміщення мінімальної кількості сенсорних вузлів для покриття всіх цілей може бути сформульована, як задача цілочисельного лінійного програмування:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^I x_i \quad (1)$$

$$\text{при умові } \sum_{i=1}^I \delta_{ij} > 0, \quad j = 1, \dots, J \quad (2)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, I \quad (3)$$

Обмеження (1) визначає вимогу покриття всіх цілей хоча б одним сенсорним вузлом.

Дана загальна постановка задачі лінійного цілочисельного програмування мінімізації вартості може враховувати ряд додаткових обмежень. Наприклад, для побудови топології треба враховувати граничні відстань між сенсорними вузлами для забезпечення їх зв'язності або навпаки усувати близьке сусідство вузлів.

При умові наявності та розміщення сенсорних вузлів  $B$  типів (кожен тип вузла має свою вартість  $c_b$  та радіус моніторингу  $r_b$ ,  $b = 1, \dots, B$  – збільшення радіусу моніторингу приводить до збільшення витрат енергії вузлів). Відповідно  $D_b(i)$  – множина цілей, які можуть бути покриті сенсорними вузлами типу  $b$ , розміщеними на ділянці  $i$ :

$$D_b(i) = \{j \mid d(i, j) \leq r_b\}, \quad i = 1, \dots, I,$$

де  $d(i, j)$  – Евклідова відстань між ділянкою  $i$  і ціллю  $j$ .

$x_i^b$  – сенсорний вузол типу  $b$  розміщений у місці  $i$ :

$$x_i^b = \begin{cases} 1, & \text{якщо сенсор розміщено на ділянці } i, \\ 0, & \text{інше.} \end{cases};$$

Крім цього, кожна ціль повинна бути покрита не менш чим  $k$  сенсорними вузлами. Тоді для даних умов цільова функція задачі мінімізація загальної вартості розміщення сенсорних вузлів має вигляд

$$\sum_{i=1}^I \sum_{b=1}^B c_b x_i^b \rightarrow \text{Min}$$

$$\text{При умові } \sum_{b=1}^B \sum_{j \in D_b(i)} x_i^b \geq k, \quad i = 1, \dots, I \quad (4)$$

$$\sum_{b=1}^B x_i^b \leq 1, \quad i = 1, \dots, I \quad (5)$$

*В обмеженнях:* кожна ціль покрита, не менш ніж  $k$  сенсорними вузлами (4), кожна ділянка може бути зайнято не більше ніж одним сенсорним вузлом (5).

*Іншими цільовими функціями можуть бути:*

- максимальна кількість покритих цілей заданою кількістю сенсорних вузлів;
- мінімізація мережевої вартості при мінімальному коефіцієнті покриття;
- мінімізація витрат енергії та інші.

При використанні *секторальних моделей* побудови покриття іншою цільовою функцією є оптимізація кутів моніторингу сенсорних вузлів для максимального покриття цілей [8].

Всі ці задачі розміщення являються задачами оптимізації та можуть бути сформульовані, як задачі математичного програмування.

#### **Алгоритми рішення**

*Повний перебір.* При рішенні задач покриття для БСМ малої розмірності можна розглянути всі ділянки та отримати глобальний оптимум. При наявності  $n$  доступних ділянок, можемо кожного разу вибирати  $i$  місце для розміщення сенсорних вузлів та розраховувати вартість розміщення. Кількість всіх можливих ділянок дорівнює  $2^n - 1$ . Тобто розрахункова складність для повного пошуку (перебору) експоненціально зростає разом з кількістю доступних ділянок. Тому оптимальне рішення може бути отримано для невеликої розмірності мережі.

*Жадібні алгоритми розміщення сенсорних вузлів.* Задачу розміщення мінімальної кількості сенсорних вузлів для покриття дискретних цілей можливо записати у вигляді канонічної задачі знаходження множин покриття (МП) [3]. Сенсорний вузол може бути розміщений тільки в одній з доступних ділянок та покривати хоча б одну ціль, якщо вона розміщена на даній ділянці. Крім того, всі цілі можуть бути покриті, якщо всі доступні ділянки заняті сенсорними вузлами. Позначимо  $X$  – кінцева множина цілей, місце розташування яких відоме,  $F$  – сімейство підмножини  $X$ ,  $S \in F$  – елементи сімейства підмножини. Кількість елементів  $F$  – кількість доступних місць для розміщення сенсорних вузлів. Кожен елемент  $F$  відповідає множині цілей, які можуть бути покриті, якщо сенсор розташовано в одному місці.

Припустимо, що  $S$  покриває деяку кількість цілей. Цільовою функцією задачі знайти підмножину мінімального розміру  $C \subseteq F$ , елементи якої покривають всі цілі  $X = \bigcup_{S \in C} S$ .

Для рішення задачі знаходження множин покриття  $C$  можливо використати класичний жадібний алгоритм, який має поліноміальну складність. Він на кожному кроці вибирає множину  $S$ , яка покриває найбільшу кількість елементів, які залишились непокритими.

- 
1.  $U \leftarrow X$ .
  2.  $C \leftarrow \emptyset$
  3. *while*  $U \neq \emptyset$
  4. *do* вибрати  $S \in F$  that максимізує  $|S \cap U|$ .
  5.  $U \leftarrow U - S$
  6.  $C \leftarrow C \cup \{S\}$
  7. *return*  $C$
- 

Множина  $U$  на кожному кроці включає в себе кількість цілей, які непокриті. Множина  $C$  містить побудоване покриття. Рядок 4 описує жадібний процес прийняття рішення.

Підмножина  $S$  вибирається, якщо вона покриває найбільшу кількість непокритих елементів. Після вибору  $S$  його елементи (вже покриті цілі) видаляються з  $U$  та  $S$  поміщається в  $C$ . По завершенню роботи алгоритму множина  $C$  містить підсімейство  $F$ , яке покриває  $X$ . Кількість ітерацій кроків 3-6 обмежені значенням  $\min(|X|, |F|)$  та може бути реалізовано в часі за  $O(|X|, |F|)$ .

Загалом, алгоритм називається жадібним, якщо він ділить задачу на підзадачі, які потрібно вирішувати на послідовних етапах, і завжди бере найкраще локальне рішення на кожному етапі. Жадібне рішення, прийняте на кожному етапі, може залежати від рішень, прийнятих до теперішнього моменту, а не від майбутніх рішень. Робота алгоритму завершується при досягненні оптимального порога або виконання заданої кількості етапів.

На сьогодні запропоновано багато варіантів побудови жадібного алгоритму для рішення задач розміщення сенсорних вузлів [3 – 8]. Наприклад, ми можемо нормалізувати вартість розміщення сенсорів типу  $b$  в місці  $i$  на  $c_b/n_j$ ,  $n_j$  – кількість непокритих цілей, які можуть бути покриті, якщо сенсор типу  $b$  розміщений у місці  $i$ . На етапі прийняття рішення вибирається місце, яке вимагає найменшої нормованої вартості, і розподіляється за типом сенсора з найменшою нормованою вартістю. Потім знову покриті цілі видаляються з множини непокритих цілей, процес припиняється, коли покриті всі цілі.

Недолік звичайного жадного алгоритму в тому, що на початковому етапі він вибирає всі хороші точки, а в кінці змушений „проводити зачистку”, тобто добирати решта вершини з малими вартостями. Авторами статті пропонується модифікувати даний алгоритм: кілька початкових вершин задавати примусово (критичні вузли по покриттю, зв'язності, ресурсу енергії), незалежно від їх вартості, а наступні вершини вибирати відповідно до жадібної стратегії.

#### *Інші алгоритми розв'язання задачі покриття цілей*

Завдання покриття цілей може бути вирішене покриттям типу „решітки” [11]. Сенсори розташовуються в точках решітки та радіус моніторингу дорівнює довжині решітки. Завдання – мінімізувати число сенсорних вузлів при покритті всіх точок при різних радіусах моніторингу (вартості сенсорів). Доведено, що ця задача відноситься до класу NP-повних.

Можуть бути враховані інші моделі покриття зон, такі як дискова загасаюча модель і моделі покриття для виявлення подій [3]. Наприклад, з моделлю покриття, для виявлення подій, загальна ймовірність виявлення повинна бути більшою, ніж зумовлений поріг для всіх цілей, і завданням є розміщення найменшого числа сенсорів для досягнення таких вимог виявлення. Це завдання розміщення вузлів може бути вирішене з використанням модифікованого жадібного алгоритму.

Крім жадібних алгоритмів можуть бути застосовані деякі інші відомі алгоритми для знаходження наближених рішень: генетичні алгоритми [10] (евристичний метод випадкового пошуку, заснований на принципі імітації еволюції біологічної популяції), мурашині алгоритми [11] та інші.

## **2. Максимізація часу функціонування сенсорної мережі при покритті цілей та ресурсних обмеженнях**

При випадковому розгортанні сенсорні вузли розкидаються в області моніторингу навколо кожної цілі. У такому випадку цілі можуть бути покриті більш ніж одним сенсорним вузлом, а сенсор може покривати більше однієї цілі. Так як кількість сенсорів у БСМ істотно перевищує мінімально необхідну для збирання і обробки даних, функції всієї сенсорної мережі може виконувати підмножина її вузлів. Тому сенсорна мережа поділяється на множини покриття (задовольняють вимоги до покриття), які активуються в різні моменти часу. Тоді загальний час функціонування мережі  $T$  дорівнює сумі часів функціонування всіх множин покриття (МП). Мета – максимізувати час функціонування мережі  $T$  за рахунок оптимального розподілу вузлів сенсорної мережі на МП з визначенням інтервалів їх функціонування при покритті всіх цілей. Розглянемо простий приклад покриття цілей. Мережа розгорнута випадковим чином і складається з 6 сенсорних вузлів та 4-х цілей (рис. 1а). При використанні дискової моделі покриття кожна з цілей  $z_2$  і  $z_4$  покрита двома сенсорними вузлами, а кожна з цілей  $z_1$  і  $z_3$  покриті трьома сенсорними вузлами. На рис. 1б показаний дводольний граф для опису зв'язків покриття між сенсорами і цілями.

Наприклад, в сенсорній мережі можна по черзі активувати множини покриття  $C_1 = \{s_1, s_3, s_6\}$  в один інтервал часу і  $C_2 = \{s_2, s_4, s_5\}$  в інший інтервал часу. Так як цілі в різні інтервали часу всі цілі покриті множиною  $C_1$  або  $C_2$ , і, відповідно,  $T$  збільшиться.

Розглянемо сенсорну мережу, що складається з  $N$  сенсорних вузлів і  $M$  цілей.

Нехай  $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  множина сенсорних вузлів, а  $Z = \{z_1, \dots, z_M\}$  – множина цілей.

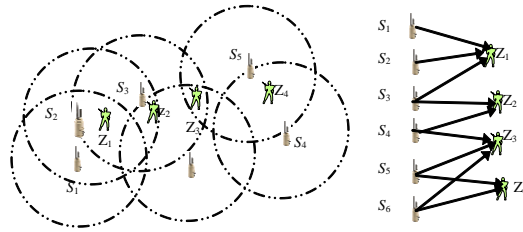


Рис. 2. Приклад покриття цілей

Використовується дискова модель покриття, активний сенсорний вузол покриває всі цілі в радіусі моніторингу. Сенсорний вузол може покривати декілька цілей, а цілі можуть бути покриті декількома сенсорними вузлами.

Позначимо:

$Z(s_i)$  – множина цілей, які покриті вузлом  $s_i$ , його потужність  $|Z(s_i)|$  визначає кількість покритих цілей;

$S(z_j)$  – множина вузлів, які покривають ціль  $z_j$ , його потужність  $|S(z_j)|$  – кількість вузлів, які покривають ціль  $z_j$ .

$C$  – набір підмножин  $Z$ .  $I$ -й елемент в  $C$  це цілі, які покриті сенсором  $s_i$ , так що  $C = \{Z(s_1), \dots, Z(s_N)\}$ . Наприклад, для мережі на рис. 2:  $Z(s_3) = \{z_1, z_2\}$ ,  $|Z(s_3)| = 2$ ,  $S(z_3) = \{s_4, s_5, s_6\}$ ,  $|S(z_3)| = 3$ ,  $C = \{\{z_1\}, \{z_2\}, \{z_1, z_2\}, \{z_2, z_3\}, \{z_4, z_5\}, \{z_4, z_5\}\}$ .

Назвемо підмножину сенсорів *покриттям множини*, якщо вона покриває хоча б одну ціль. Позначимо:  $C_k$  –  $k$ -а множина покриття та його потужність  $|C_k|$  дорівнює кількості сенсорів в  $C_k$ ;  $\delta(s_i, C_k)$  – булева функція для позначення приналежності сенсора  $s_i$  к множені  $C_k$  ( $\delta(s_i, C_k) = 1$ , якщо  $s_i \in C_k$ , інакше  $\delta(s_i, C_k) = 0$ ). Використаємо  $\{C_k\}$  для позначення набору цілей, які покриті множиною покриття  $C_k$ , и  $|\{C_k\}|$  для позначення кількості покритих цілей. Для рис. 1 множина покриття складається з сенсорів  $s_1, s_3$  и  $s_6$ , його потужність  $|C_1| = 3$ . Множина цілей, що покриті  $C_1$  –  $\{C_1\} = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ , а  $|C_1| = 4$

**Завдання знаходження максимальної множини покриттів (ММП) для повного покриття цілей.** Вимога покриття всіх цілей означає, що цілі повинні бути покриті в усі інтервали часу –  $\{C_k\} = Z$  для всіх множин покриття  $C_k$ .

Позначимо  $e_k(s_i, C_k) \geq 0$  – величину витрат енергії сенсором  $s_i$ , коли він працює в інтервалі часу  $t_k$  та входить в покриваючу множину  $C_k$ . Відмітимо, якщо  $e_k(s_i, C_k) = 0$ , то це означає  $s_i \notin C_k$ .  $\sum_{k=1}^K e_k(s_i, C_k) \leq E_i$ , де  $E_i$  початкова енергія сенсора  $s_i$ .

*Дано:* набір  $C$  підмножин на кінцевій множині цілей  $Z$ .

*Необхідно:* знайти графік роботи (розклад) для множин покриття  $C_1, C_2, \dots, C_K$  в інтервали часу  $t_1, t_2, \dots, t_K$  для максимізації  $\sum_{i=1}^K t_k$ , так щоб кожна множина покриття покривала всі цілі  $\{C_k\} = Z$  для всіх  $C_k$  і кожний сенсор не витрачає більше енергії, ніж його початкове значення  $\sum_{k=1}^K e_k(s_i, C_k) \leq E_i$  для всіх  $s_i$ .

Задача знаходження *максимальної множини покриттів* (ММП) є NP-повною задачею [5].

Спочатку розглянемо найпростішу задачу знаходження ММП, при якій всі сенсорні вузли мають однаковий час функціонування в одиницю часу, а всі цілі необхідно покривати хоча б одним сенсором весь час:

$$\text{Max } T = \sum_{k=1}^K t_k$$

при умові  $\sum_{k=1}^K \delta(s_i, C_k) t_k \leq 1$  для всіх  $s_i$  (обмеження енергії);

$\{C_k\} = Z$  для всіх  $C_k$  (обмеження по покриттю);

$\delta(s_i, C_k) \in \{0, 1\}$  для всіх  $s_i$  в  $C_k$  (додаткові обмеження).

Обмеження енергії означає, що кожен сенсорний вузол не може бути активний більше ніж один інтервал часу. Обмеження покриття означає, що кожна ціль повинна бути покрита хоча б одним сенсором у кожному циклі роботи множин покриття.

В цій оптимізаційній задачі елементи  $\delta(s_i, C_k) t_k$  нелінійні. Можна перетворити її в задачу лінійного програмування встановив  $x_{ik} = \delta(s_i, C_k) t_k$ , де  $x_{ik} = 0$  або  $x_{ik} = t_k \leq 1$ . Крім цього, обмеження повного покриття видозмінюються –  $\sum_{i \in S(z_j)} x_{ik} \geq t_k$  для всіх  $z_j \in Z$ . Тоді задача лінійного програмування записується в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \text{Max } T &= \sum_{k=1}^K t_k \\ \sum_{k=1}^K x_{ik} &\leq 1 \text{ для всіх } s_i \\ \sum_{i \in S(z_j)} x_{ik} &\geq t_k \text{ для всіх } z_j \in Z \quad k = 1, 2, \dots, K \\ 0 &\leq x_{ik} \leq t_k \leq 1. \end{aligned}$$

Однак число підмножин покриттів  $K$  невідомо, і повинно бути заданим для отримання лінійного рішення даної задачі.

**Завдання максимізації часу життя мережі при наявності покриттів, що не покривають всі цілі.**

До цього ми розглядали варіанти покриття всіх цілей у будь-який момент часу. Але в реальній ситуації не завжди необхідно покривати всі цілі.

Тобто в розклад роботи множин покриттів можна іноді включати покриття, що не покривають всі цілі.

Це завдання знаходження набору (значення  $K$ -визначене) з допустимим порушенням повного покриття. *Мета* – мінімізувати кількість множин з частковим покриттям цілей при збільшенні тривалості функціонування мережі.

Однак, це дві суперечливі цільові функції. Для вирішення одну у цільових функцій можемо перевести в розряд обмежень. Наприклад, ми можемо встановити межу мінімального час функціонування мережі, а потім мінімізувати число множин, які не охоплюють всі цілі. Або встановити граничну кількість множин, які не охоплюють цілі, а потім максимізувати час життя мережі. Час функціонування мережі визначається як  $T = \sum_{k=1}^K t_k$



Час повного непокриття визначається як  $\sum_{k=1}^K t_k \times (|Z| - |C_k|)$ , а середній коефіцієнт непокриття –  $\sum_{k=1}^K t_k \times (|Z| - |C_k|) / \sum_{k=1}^K t_k$ .

*Дано:* множина  $C$  і кінцева підмножина  $Z$ . Позитивне ціле число  $K$  и граничний час функціонування мережі  $T > 0$ .

*Необхідно:* побудувати план роботи мережі  $(C_k, t_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  для набору  $K$ -покриттів  $C_1, C_2, \dots, C_K$  з часовими інтервалами  $t_1, t_2, \dots, t_K$  так, щоб час функціонування мережі був не меншим  $T$ ,  $\sum_{k=1}^K t_k \geq T$  при мінімізації інтервалів часу (кількості множин), які не покривають всі цілі –  $\sum_{k=1}^K t_k \times (|Z| - |C_k|)$ .

При обмеженні  $\sum_{k=1}^K t_k \delta(s_i, C_k) \leq 1$  для всіх  $s_i$  і  $C_k$ ;  $\delta(s_i, C_k) = 1$ , якщо сенсор  $s_i$  входить в множину  $C_k$ ;  $\delta(s_i, C_k) = 0$  інакше.

Ця задача також NP-повна. Ми можемо сформулювати її як задачу лінійного програмування та рішення за допомогою модифікованого жадібного алгоритму [13].

**Максимізація часу функціонування мережі при покритті цілей і забезпечення вимог мережевої зв'язності.**

До цього ми розглядали завдання – максимізації часу життя БСМ  $\max T$  при покритті цілей без врахування необхідності забезпечення зв'язності мережі. Такі завдання можуть бути застосовані до мереж, в яких всі сенсорні вузли можуть відправляти дані моніторингу безпосередньо до БС. Розглянемо більш реальну ситуацію, коли розгорнуті сенсорні вузли, здійснюють моніторинг цілей і передають цю інформацію по маршруту за допомогою ретрансляції через сусідні сенсорні вузли. В цьому випадку час функціонування мережі визначається мінімальним з значень: часу функціонування вузлів, що забезпечують визначене покриття або часу функціонування зв'язного дерева, що забезпечує маршрути передачі.

Нехай:  $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  ( $|S| = N$ ) і  $Z = \{z_1, \dots, z_M\}$  ( $|Z| = M$ ) позначає множину розгорнутих сенсорних вузлів і множину цілей відповідно,  $R$  – базова станція.

*Допущення:* всі вузли-джерела мають однакову швидкість генерації даних, кожне джерело генерує фіксовану кількість біт –  $B(t)$  в інтервалі часу  $t$ . У кожному інтервалі та його межах стан (активний /сон і джерело /ретранслятор) вузла залишається без змін.

Позначимо:  $e^s$  – енергія, яка витрачається джерелом для створення 1 біта даних;  $e^r$  – енергія, яка витрачається ретранслятором для прийому 1 біта даних;  $e^t(d)$  – енергія, яка витрачається сенсорним вузлом (джерелом або ретранслятором) для відправки 1 біта інформації в приймач на відстань  $d$  метрів;  $e^t(d) = a + b \times d^c$  – енергія, яка залежить від відстані передачі, де  $a$  – енергія передавача,  $b$  – енергія підсилювача передавача,  $c$  – коефіцієнт ослаблення сигналу. Для спрощення використаємо  $e^t$  для представлення  $e^t(d)$  – для заданої пари відправник-адресат. Джерело витрачає енергію  $e^s \times B(t)$  на моніторинг цілей і  $e^t \times B(t)$  для передачі даних моніторингу в активний інтервал  $t$ . Енергія, яка витрачається ретранслятором, буде залежати від кількості біт прийому і передачі.

Назвемо  $\mathfrak{T}_k$  – *деревом покриття*, яке забезпечує покриття всіх цілей та зв'язність всіх активних сенсорних вузлів з БС. В дереві покриття  $\mathfrak{T}_k$  назвемо вузол  $s_i$  потомком другого вузла  $s_{i'}$ , якщо вузол  $s_i$  використовується вузлом  $s_{i'}$  для ретрансляції своїх даних к БС. А  $s_{i'}$

предком  $s_i$ .  $\mathfrak{T}_k$  володіє наступними властивостями: коренем дерева є БС, кожен листок дерева вузол-джерело, кожна ціль, безпосередньо, спостерігається хоча б до одним вузлом-джерелом в цьому дереві.

$C_k^s$  і  $C_k^r$  – множина джерел та множина ретрансляторів в інтервал  $t_k$  відповідно. Множина активних вузлів –  $C_k = C_k^s \cup C_k^r$ , множина вузлів джерел-ретрансляторів –  $C_k^s \cap C_k^r$ . Будемо використовувати  $\mathfrak{T}_k = (C_k^s \cup C_k^r \cup R, \varepsilon_k)$  для позначення побудованого дерева маршрутизації в інтервалі  $t_k$ , де  $\varepsilon_k$  – множина ребер, які з'єднують активні сенсорні вузли и базову станцію.

Нехай  $D(s_i, \mathfrak{T}_k)$  – кількість джерел серед потомків сенсора  $s_i$  в цьому дереві покриття  $\mathfrak{T}_k$ . Якщо сенсорний вузол  $s_i$  – лист, тобто  $s_i$  не має потомків, то  $D(s_i, \mathfrak{T}_k) = 0$ . Відповідно  $D(R, \mathfrak{T}_k) = |C_k^s|$ . Виходячи з вищесказаного, для цього дерева покриття  $\mathfrak{T}_k$ , яке працює в інтервалі  $t_k$ , витрати енергії для сенсорного вузла  $s_i$ :

$$e_k(s_i, T_k) = \begin{cases} (e^s + e^t)B(t_k), & s_i \in C_k^s \text{ та } s_i \notin C_k^r, \\ (e^r + e^t)B(t_k)D(s_i, \mathfrak{T}_k), & s_i \in C_k^r \text{ та } s_i \notin C_k^s, \\ (e^s + e^t)B(t_k) + (e^r + e^t)B(t_k)D(s_i, \mathfrak{T}_k), & s_i \in C_k^s \cap C_k^r, \\ 0, & s_i \notin C_k^s \cup C_k^r. \end{cases} \quad (6)$$

Витрати енергії сенсорного вузла в стані сон дорівнюють нулю. Енерговитрати джерела –  $e^s B(t_k) + e^t B(t_k)$ , ретранслятора –  $(e^r + e^t)B(t_k)D(s_i, \mathfrak{T}_k)$ , так як в нього є  $D(s_i, \mathfrak{T}_k)$  потомків. Джерело + ретранслятор витрачає енергію для моніторингу, ретрансляції та передачі –  $(e^s + e^t) B(t_k) + (e^r + e^t) B(t_k)D(s_i, \mathfrak{T}_k)$ .

Хоча деталі дерева повинні бути визначені, ця енергетична модель неявно гарантує вимоги до зв'язності мережі. Крім цього, вона також опосередковано включає правило збереження потоку за допомогою кількості потомків.

*Необхідно:* знайти план  $(\mathfrak{T}_k, t_k)$  дерев покриття  $\mathfrak{T}_1, \dots, \mathfrak{T}_K$  з робочими інтервалами  $t_1, \dots, t_K$  для максимізації  $\sum_{k=1}^K t_k$ .

Кожне дерево покриття  $\mathfrak{T}_k = (C_k^s \cup C_k^r \cup R, \varepsilon_k)$  складається з вершин та ребер. Вершини кожного дерева покриття складаються з вузлів джерел  $C_k^s$ , вузлів ретрансляторів  $C_k^r$  та БС  $R$ ; ребра  $\varepsilon_k$  вказують маршрути від джерел до БС. Крім цього кожне дерево покриття покриває все цілі  $(\{C_k^s\} = Z \text{ для всіх } C_k^s)$ , і кожний сенсор не використовує більш енергії ніж його початкова  $\sum_{k=1}^K e_k(s_i, \mathfrak{T}_k) \leq E_i$  для всіх  $s_i$ ,  $E_i$  – початкова енергія  $s_i$ .

У цьому визначенні число інтервалів позначено  $K$ . Визначена початкова енергія і мінімальний часовий інтервал,  $K$  має кінцеве значення, але невідоме. Завдання є NP-повним [14]. Для його вирішення ми можемо використовувати модифіковані жадібні алгоритми [14]. Основна ідея евристик алгоритму полягає в тому, щоб спочатку побудувати енергозберігаюче дерево маршрутизації від кожного вузла до БС, а потім застосувати жадібний підхід для вибору вузла в якості джерела.

За допомогою дерева маршрутизації з урахуванням витрат енергії вузол, якщо він обраний в якості джерела, може визначати загальне енергоспоживання для генерації даних. Для жадібного вибору джерела необхідно враховувати кількість непокритих цілей і загальне споживання енергії для передачі даних. Крім того, дерево маршрутизації необхідно

оновлювати після кожного кроку вибору джерел. Процес вибору завершується, якщо всі цілі покриті.

**Висновки.** У статті проведено аналіз задач покриття цілей у БСМ. Показано, що математична постановка задач покриття залежить від характеристик сенсорної мережі, її призначення і цільової функції. Для вирішення завдань покриття використовуються різні алгоритми, більшість з яких відноситься до класу NP-повних. Для отримання наближеного рішення можуть використовуватися жадібні, генетичні, мурашині алгоритми.

Для тактичних БСМ характерна висока динаміка змін умов функціонування.

Тому в подальшому пропонується розглянути систему управління тактичними БСМ, яка буде в реальному масштабі часу визначати поточну цільову функції управління сенсорної мережі, узгоджувати з цільовими функціями підсистем покриття, моніторингу та телекомунікацій в залежності від тактичної ситуації в районі ведення бойових дій і наявних ресурсів мережі, формувати математичну постановку та шукати відповідне рішення.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Chang, E., Potdar, V., Sharif, A. Wireless Sensor Networks: A Survey, IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (WAINA), 2009, pp. 636 – 641.
2. Міночкін А.І. Методологія управління тактичними сенсорними мережами / А.І. Міночкін, В.А. Романюк // IV Науково-технічна конференція ВІТІ. – К.: ВІТІ НТУУ „КПІ”. – 2008. – С. 15 – 25.
3. B. Wang Coverage Problems in Sensor Networks: A Survey // ACM Computing Surveys, Vol. 43, No. 4, Article 32, 2011.
4. Cardei, M., Wu, J. Coverage in wireless sensor networks. In Handbook of Sensor Networks, M. Pyas and I. Mahgoub, Chapter 19, Eds. CRC Press, 2004.
5. Cardei, M., Thai, M., T., Li, Y., Wu, W. Energy-Efficient target coverage in wireless sensor networks. In Proceedings of the IEEE InfoCom, 2005. pp. 1976 – 1984.
6. Babacar Diop, Dame Diongue, Ousmane Thiaré. Greedy Algorithms for Target Coverage Lifetime Management Problem in Wireless Sensor Networks International Journal of Control and Automation Vol. 8, No., 2015. pp. 232 – 250.
7. Karine Deschinkel1, Mourad Hakem1. A near optimal algorithm for lifetime optimization in wireless sensor networks. SENSORNETS 2013, pp. 197.
8. Jinglan Jia, Cailin Dong1, Xinggang He, Deying Li and Ying Yu. Sensor scheduling for target coverage in directional sensor networks International Journal of Distributed Sensor Networks 2017, Vol. 13 (6).
9. Shan, A., Xu, X., Cheng, Z. Target Coverage in Wireless Sensor Networks with Probabilistic Sensors. Sensors. 2016, 16, 1372.
10. Коновалов И. С. Применение генетического алгоритма для решения задачи покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Вестник ДонГТУ, № 3 (86), 2016. – С. 125 – 132.
11. Salma Begum, Nazma Tara, Sharmin Sultana. Energy-Efficient Target Coverage in Wireless Sensor Networks Based on Modified Ant Colony Algorithm International Journal of Ad hoc, Sensor & Ubiquitous Computing (IJASUC), Vol. 1, No. 4, December 2010.
12. Chakrabarty, K., Iyengar, S. S., Qi, H., Cho, E. Grid coverage for surveillance and target location in distributed sensor networks. IEEE Trans. Comput. 2002, 51, 12, 1448 – 1453.
13. Wang, C., Thai, M. T., Li, Y., Wang, F., Andweili Wu. Optimization scheme for sensor coverage scheduling with bandwidth constraints. Optim. Lett. 3, 1, 2009. 63 – 75.
14. Zhao, Q., Gurusamy, M. Lifetime maximization for connected target coverage in wireless sensor networks. Journal IEEE/ACM Trans. Netw. 16, 6, 2008, pp. 1378 – 1391.